ПРОГНОЗНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ СИСТЕМНЫХ МЕРОПРИЯТИЙ НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

[1]С.А.Лаптёнок, Н.В.Арсюткин, [2]И.В.Лазар

[1] Белорусский национальный технический университет, г. Минск
[2] Международный государственный экологический университет им. А.Д.Сахарова, г. Минск

Использование в прогнозном планировании анализа гиперболических функций позволяет в функциональной зависимости оценить организационно взаимосвязанные показатели: намечаемые уровни развития, время достижения намеченных уровней и необходимые темпы для их достижения. В концептуальном плане предлагаемый метод дополняет другие методы и подходы, используемые в практике управления. Полученные оценки могут служить исходной базой при экспертном оценивании и прогнозировании конкретных показателей. Специалисты-эксперты смогут формировать свои суждения на более надежной, обоснованной платформе, что обеспечит повышение уровня конкордации экспертных оценок и эффективности экспертиз.

Предельные (финальные) уровни развития технологических и социально-экономических систем, обусловленные неизменными техническими и организационно-правовыми базисами, характеризуются, в частности, темпами роста показателей, являющихся мерой их эффективности (КПД, рентабельность, энерго- и материалоемкость и т.д.). Данные общесистемные свойства должны безусловно учитываться в управлении и регулировании систем. Выход систем на финальные уровни переводит их в режим чистого функционирования, когда факторы развития оказываются исчерпанными. Любому объекту или процессу свойственны определенные соотношения и пропорции между финальными уровнями и скоростью их достижения. Признание финальности имеет значимую информационную ценность, так как является показателем свободного “выбега” системы на внешнее воздействие. С этой точки зрения, одним из важнейших свойств систем и процессов, обладающих признаками системности, является свойство эквифинальности.

Эквифинальность представляет собой динамическое свойство системы, характеризующее возможность ее перехода из различных начальных состояний в единственное конечное (финальное) состояние через различные цепочки промежуточных состояний. В качестве примера эквифинальных процессов можно представить процессы достижения заданного уровня контрольного показателя функционирования системы при различных темпах прироста (рис. 1).

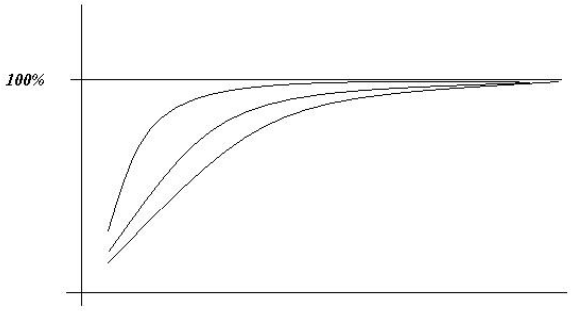

Рис. 1. Эквифинальные процессы достижения заданного уровня контрольного показателя (100%) при различных темпах прироста

Подобные процессы адекватно описываются так называемыми функциями с насыщением. Свойствами такой функции обладает, в частности, функция гиперболического тангенса (th) (1) в верхнем правом квадранте (рис. 2) [1, 2].

$$\mathrm{th}x = \frac{e^{x} - e^{-x}}{e^{x} + e^{-x}} \qquad (1)$$

Очевидно, что в данной области значения th изменяются в пределах от 0 до 1 при изменении аргумента от 0 до ∞.

Обратной функцией гиперболического тангенса (th) является гиперболический арктангенс (arth), который вычисляется в соответствии с выражением (2).

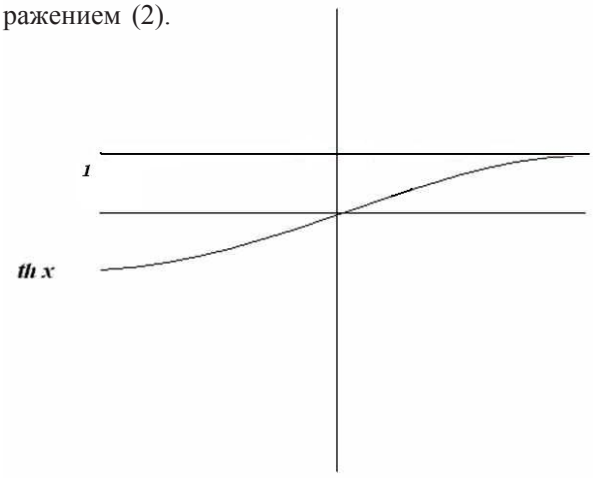

Рис. 2. Графическое представление функции гиперболического тангенса (th)

$$\operatorname{arth} x = \ln\left(\frac{\sqrt{1-x^2}}{1-x}\right) = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right) \qquad (2)$$

Использование в прогнозном планировании анализа гиперболических функций, т.е. преобразования исходных данных в плоскости гиперболического тангенса, позволяет в функциональной зависимости оценить организационно взаимосвязанные показатели: намечаемые уровни развития, время достижения намеченных уровней и необходимые темпы для их достижения.

Так, при определении необходимых темпов прироста для достижения заданного уровня ежегодного увеличения показателя в процентах $K_{\%}$ за период t лет при исходном ежегодном увеличении K_0 можно воспользоваться следующим алгоритмом.

Значение заданного темпа прироста показателя выражается в долях исходного темпа прироста K_0:

$$K = \frac{K_0 + K_{\%}}{K_0} \qquad (3)$$

Значение, обратное K (1/K), принимается в качестве значения гиперболического тангенса th аргумента ω, представляющего собой величину угла в радианах.

Финалом процесса будет являться выход на заданный уровень прироста, т.е. значение K максимально приблизится "сверху" к предельному значению, равному 1. По произвольно задаваемому финальному уровню величины $1/K_{lim}$ (например, 0.95, 0.975, 0.99 – 95%, 97,5%, 99% соответственно) определяется предельное значение ω, равное ω_{lim}:

$$\omega_{lim} = \operatorname{arth}\frac{1}{K_{lim}} \qquad (4)$$

Для значения прироста по заданию ω, предельного уровня ω_{lim} и времени, отведенному на выполнение задания t, можно записать

$$\omega_{lim} = \omega \cdot Y_{\omega}^{t} \qquad (5),$$

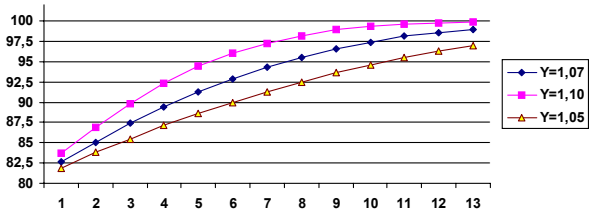

Рис 4. Значения thω · 100 в процентах от предельного заданного уровня (t = 10 лет, $1/K_{lim} \cdot 100$ = 97.5%)

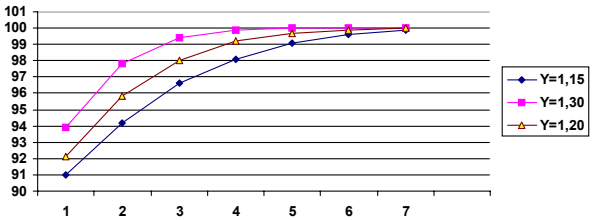

Рис 3. Значения thω · 100 в процентах от предельного заданного уровня (t = 5 лет, $1/K_{lim} \cdot 100$ = 99%)

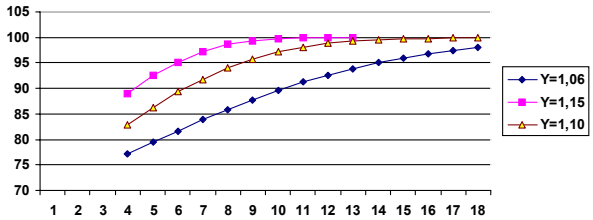

Рис 5. Значения thω · 100 в процентах от предельного заданного уровня (t = 15 лет, $1/K_{lim} \cdot 100$ = 95%)

Таблица 1

Результаты расчета темпов прироста общего количества детей, проходящих реабилитацию, до 15% в течение 5 лет (предельный уровень достижения показателя – 0.99)

t, лет	1	2	3	4	5	6	7
ω, Y_{ω}=1.15	1.530	1.759	2.023	2.326	2.675	3.076	3.538
th ω	0.910	0.942	0.966	0.981	0.991	0.996	0.999
ω, Y_{ω}=1.30	1.729	2.247	2.922	3.799	4.938	6.420	8.346
th ω	0.939	0.978	0.994	0.999	1.000	1.000	1.000
ω, Y_{ω}=1.20	1.596	1.915	2.298	2.758	3.309	3.971	4.766
th ω	0.921	0.958	0.980	0.992	0.997	0.999	1.000
$Y_{ПОК\ 1.15}$ (%)	1.035 3.5	1.025 2.5	1.016 1.6	1.010 1.0	1.005 0.5	1.003 0.3	1.001 0.1
$Y_{ПОК\ 1.30}$ (%)	1.079 7.9	1.042 4.2	1.016 1.6	1.005 0.5	1.001 0.1	1.000 0.0	– –
$Y_{ПОК\ 1.20}$ (%)	1.059 5.9	1.040 4.0	1.023 2.3	1.012 1.2	1.005 0.5	1.002 0.2	1.001 0.1

Таблица 2

Результаты расчета темпов прироста общего количества детей, проходящих реабилитацию, до 25% в течение 10 лет. Предельный уровень достижения показателя – 0.975

t, лет	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
ω, $Y_ω$=1.07	1.177	1.259	1.348	1.442	1.543	1.651	1.766	1.890	2.022	2.164	2.315	2.470	2.651
th ω	0.827	0.851	0.874	0.894	0.913	0.929	0.943	0.955	0.966	0.974	0.981	0.986	0.990
ω, $Y_ω$=1.1	1.210	1.331	1.464	1.611	1.772	1.949	2.144	2.358	2.594	2.853	3.138	3.452	3.797
th ω	0.837	0.869	0.898	0.923	0.944	0.960	0.972	0.982	0.989	0.993	0.996	0.998	0.999
ω, $Y_ω$=1.05	1.155	1.213	1.273	1.337	1.404	1.474	1.548	1.625	1.706	1.792	1.881	1.985	2.074
th ω	0.819	0.838	0.855	0.871	0.886	0.900	0.913	0.925	0.936	0.946	0.955	0.963	0.969
$Y_{ПОК\ 1.07}$ (%)	1.033 3.3	1.029 2.9	1.027 2.7	1.023 2.3	1.021 2.1	1.018 1.8	1.015 1.5	1.013 1.3	1.012 1.2	1.008 0.8	1.007 0.7	1.005 0.5	1.004 0.4
$Y_{ПОК\ 1.1}$ (%)	1.046 4.6	1.038 3.8	1.033 3.3	1.029 2.9	1.023 2.3	1.017 1.8	1.013 1.3	1.010 1.0	1.007 0.7	1.004 0.4	1.003 0.3	1.002 0.2	1.001 0.1
$Y_{ПОК\ 1.05}$ (%)	1.024 2.4	1.023 2.3	1.020 2.0	1.019 1.9	1.017 1.7	1.016 1.6	1.014 1.4	1.013 1.3	1.012 1.2	1.011 1.1	1.010 1.0	1.008 0.8	1.006 0.6

Таблица 3

Результаты расчета темпов прироста общего количества детей, проходящих реабилитацию, до 50% в течение 15 лет. Предельный уровень достижения показателя – 0.95

t, лет	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
ω, $Y_ω$=1.06	0.859	0.910	0.965	1.023	1.084	1.149	1.218	1.291	1.368	1.451	1.538	1.630	1.728	1.831	1.941	2.058	2.181	2.312
th ω	0.696	0.721	0.746	0.771	0.795	0.817	0.839	0.859	0.878	0.896	0.912	0.926	0.939	0.950	0.959	0.968	0.974	0.981
ω, $Y_ω$=1.15	0.932	1.071	1.232	1.417	1.629	1.837	2.155	2.478	2.849	3.277	3.768	4.334	4.984	5.731	6.591	7.580	8.71	10.02
th ω	0.732	0.790	0.843	0.889	0.926	0.951	0.973	0.986	0.993	0.997	0.999	1.000	1.000	–	–	–	–	–
ω, $Y_ω$=1.10	0.891	0.980	1.079	1.186	1.304	1.435	1.578	1.736	1.910	2.101	2.311	2.542	2.796	3.076	3.384	3.722	4.094	4.504
th ω	0.712	0.753	0.793	0.829	0.863	0.893	0.918	0.940	0.957	0.971	0.981	0.988	0.993	0.996	0.997	0.998	0.999	1.000
$Y_{ПОК\ 1.06}$ (%)	1.039 3.9	1.036 3.6	1.035 3.5	1.034 3.4	1.031 3.1	1.028 2.8	1.027 2.7	1.024 2.4	1.022 2.2	1.021 2.1	1.018 1.8	1.015 1.5	1.014 1.4	1.012 1.2	1.010 1.0	1.009 0.9	1.007 0.7	1.006 0.6
$Y_{ПОК\ 1.15}$ (%)	1.093 9.3	1.079 7.9	1.067 6.7	1.055 5.5	1.042 4.2	1.027 2.7	1.023 2.3	1.013 1.3	1.007 0.7	1.004 0.4	1.002 0.2	1.001 0.1	1.000 0.0	– –	– –	– –	– –	– –
$Y_{ПОК\ 1.10}$ (%)	1.063 6.3	1.058 5.8	1.053 5.3	1.045 4.5	1.041 4.1	1.035 3.5	1.028 2.8	1.024 2.4	1.018 1.8	1.015 1.5	1.010 1.0	1.007 0.7	1.005 0.5	1.003 0.3	1.001 0.1	1.001 0.1	1.001 0.1	1.001 0.1

где Y_ω^t – темп прироста ω. Отсюда

$$Y_\omega = \sqrt[t]{\frac{\omega_{lim}}{\omega}} \qquad (6)$$

В целях повышения качества исследования для дальнейшего анализа используется ряд значений Y_ω, близких к расчетному.

Далее по годам рассчитываются значения $\omega_t = \omega \cdot Y_\omega^t$ и соответствующие им значения $th\omega_t$. Графическое представление временной динамики значений $th\ \omega_t$ позволяет визуально определить оптимальное значение Y_ω, при котором возможно достижение установленного в задании уровня в заданные сроки. Затем для каждого года определяются темпы прироста показателя $Y_{ПОК}$, обеспечивающие выполнение задания.

Описанный метод был использован для планирования мероприятий по повышению темпов роста общего количество детей из зоны радионуклидного загрязнения, проходящих ежегодную реабилитацию. С этой целью были определены три различных задания: увеличение ежегодного прироста общего количества оздоровляемых детей до 15% в течение 5 лет (задание 1), до 25% в течение 10 лет (задание 2) и до 50% в течение 15 лет (задание 3). Полученные результаты представлены в табл. 1–3 и на рис. 3–5.

Задание 1.

K=1.15 t=5 th=1/K=0.83 ω=arth0.87≈1.33 ω_{lim}=arth0.99≈2.65 $2.65=1.33*Y_\omega^5$ $Y_\omega=1.15$

Выход на заданный уровень прироста показателя в течение 5 лет может быть обеспечен при значениях Yω выше 1.15, при этом обеспечение ежегодного прироста показателя при меньших значениях Yω потребует меньших усилий (ежегодный прирост в данном случае прогнозируется меньшим) (табл. 1).

Задание 2.

K=1.25 t=10 th=1/K=0.8 ω=arth0.8≈1.1 ω_{lim}=arth0.975≈2.18 $2.18 =1.1* Y_\omega^{10}$ $Y_\omega= 1.07$

Выход на заданный уровень прироста показателя в течение 10 лет может быть обеспечен при значениях Y_ω, не меньших 1.07; очевидна необходимость обеспечения соответствующих ежегодных темпов прироста (табл. 2).

Задание 3.

K=1.5 t=15 th=1/K=0.67 ω=arth 0.67≈0.81 ω_{lim}=arth0.95≈1.83 $1.83=0.81* Y_\omega^{15}$ $Y_\omega=1.06$

Выход на заданный уровень прироста показателя в течение 15 лет может быть обеспечен при значениях Y_ω, равных 1.06 и выше. В данном случае ежегодные темпы прироста должны определяться на основе оценки материальных и организационных ресурсов.

Очевидно, что в концептуальном методологическом плане предлагаемый метод не отрицает, а дополняет другие методы и подходы, используемые в практике управления. Можно заключить, что данный подход позволяет в единстве и органичной целостности анализировать задания (планы) уровня развития, сроки реализации заданий и необходимые для этого темпы развития. Полученные оценки могут служить исходной базой при экспертном оценивании и прогнозировании конкретных показателей [3, 4]. Аналитическая группа, проводящая подготовительные мероприятия по экспертному прогнозированию, предоставляет экспертам результаты оценивания по изложенному методу для внесения корректив по срокам, темпам и уровням развития, внесения аргументированных предложений по осуществлению подготовительных мероприятий. Таким образом, специалисты–эксперты могут формировать свои суждения на более надежной, обоснованной платформе, что обеспечит повышение уровня конкордации экспертных оценок и эффективности экспертиз.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Шерватов, В.Г.* Гиперболические функции / В.Г.Шерватов // Популярные лекции по математике. – М.: Гостехиздат, 1954. – Вып.16. –58 с.
2. *Янпольский, А.Р.* Гиперболические функции / А.Р. Янпольский. – М., 1960.
3. *Арсюткин, Н.В.* Материалоемкость и ресурсосбережение в национальной экономике (Республика Беларусь) / Н.В.Арсюткин. – Минск: Право и экономика, 2006. – 105 с.
4. *Арсюткин, Н.В.* Экспертный подход к анализу динамических процессов / Н.В.Арсюткин, С.А. Лаптёнок, И.В.Лазар // Медико–биологические аспекты аварии на Чернобыльской АЭС. – 2007. – №2. – С.14–16.

PREDICTIVE PLANNING OF SYSTEM-DEFINED ACTIVITIES ON THE BASIS OF HYPERBOLIC FUNCTIONS ANALYSIS

S.A.Laptyonok, N.V.Arsyutkin, I.V.Lazar

The use of the hyperbolic functions analysis in predictive planning allows evaluating the following organizationally interrelated indices in functional dependence: planning levels of the development, time for achievements of planned levels and necessary rates for their achievements. Conceptually, the proposed method supplements other methods and approaches, used in the practice of management. Obtained estimates may serve as an initial base for expert evaluation and prediction of specific indices. Specialists-experts will be able to form their judgments on more reliable, valid platform that will ensure the increasing level on the concordance of expert estimates and efficient expert examinations.

Поступила 16.11.2009 г.